CAPÍTULO 15

Energia mecânica e potência

Ricardo Chaves/Abril Imagens

Numa montanha-russa, um carrinho sai do repouso de um ponto de altura **H**. *Qual deve ser o valor de* **H** *para que o carrinho consiga fazer o* **loop**?

No início do capítulo anterior apresentamos informalmente a noção de **energia potencial**. Vamos agora considerar esse conceito de modo mais preciso.

O primeiro ponto importante a assinalar é que só se define energia potencial em correspondência com alguma força conservativa, isto é, para cada **força conservativa** existe em correspondência uma **energia potencial**. A razão disso será apresentada mais adiante.

Já vimos que as forças conservativas são aquelas cujo trabalho entre dois pontos não depende da trajetória. Por enquanto só apresentamos duas: a força peso e a força elástica. No volume 3 falaremos de outra força conservativa: a força elétrica.

A força de atrito, como vimos no capítulo anterior, não é conservativa, pois o trabalho realizado por ela entre dois pontos depende da trajetória seguida.

Começaremos a apresentação do conceito de energia potencial com aquela que corresponde ao peso: a **energia potencial gravitacional**.

1. ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

Consideremos inicialmente um corpo de massa *m* a uma altura *h* acima do solo. Suponhamos que esse corpo seja abandonado com velocidade $v_0 = 0$ nesse ponto. Como já comentamos no capítulo anterior, nesse ponto o corpo não tem energia cinética, mas se deixarmos que ele caia, à medida que vai descendo, sua energia cinética vai aumentando. Quanta energia cinética ele ganhará até chegar ao solo? Desprezando a resistência do ar, de acordo com o Teorema da Energia Cinética, esse ganho de energia será dado pelo trabalho da força peso:

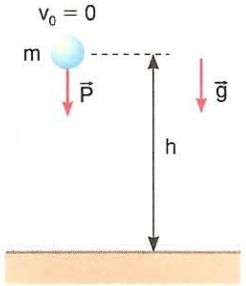


Figura 1

$$\text{ganho de energia cinética} = \mathcal{T}_P = Ph = mgh$$

Podemos dizer, então, que um corpo de massa *m*, situado a uma altura *h* acima do solo, possui uma energia potencial E_p dada por:

$$E_p = mgh \quad (\text{I})$$

Pelo fato de o peso ser uma força conservativa, qualquer que seja a trajetória seguida para ir até o solo (fig. 2), o trabalho realizado pelo peso será o mesmo; assim, a fórmula (I) vale para qualquer trajetória.

Neste momento começamos a perceber por que só se define energia potencial para forças conservativas. Se o peso não fosse uma força conservativa, para cada trajetória teríamos um trabalho diferente e, conseqüentemente, um valor diferente para a energia potencial, que desse modo seria um conceito sem utilidade.

Sendo a equação (I) do primeiro grau, o gráfico de E_p em função de *h* é retilíneo, como ilustra a figura 3.

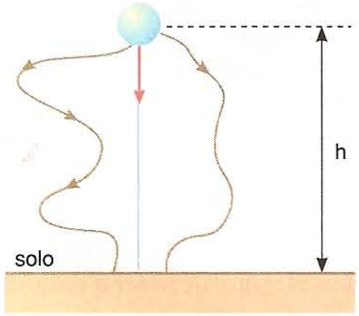


Figura 2

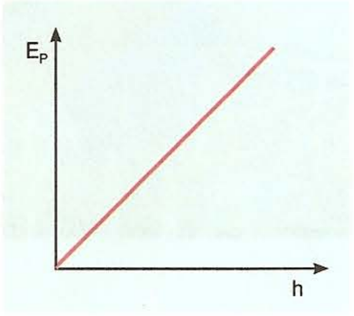


Figura 3

Como iremos ver mais adiante, o que realmente interessa na análise de um movimento não é o valor da energia potencial em cada ponto, mas sim a diferença de energia potencial entre dois pontos. Por esse motivo, ao calcularmos a energia potencial gravitacional, não é necessário que a altura seja medida em relação ao solo; ela pode ser medida em relação a qualquer plano de referência paralelo ao solo. O importante é escolher um plano de referência qualquer e mantê-lo até terminar a análise do movimento.

Consideremos, por exemplo, a situação da figura 4, na qual um corpo de massa m = 6 kg escorrega em um tobogã. Suponhamos que $g = 10\ m/s^2$ e tomemos inicialmente o solo (*S*) como plano de referência para medir as alturas. Com esse referencial, a altura do ponto *A* é $h_A = 8$ m e a altura do ponto *B* é $h_B = 3$ m.

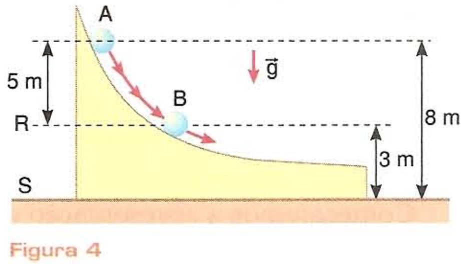


Figura 4

As energias potenciais desse corpo nos pontos A e B serão (em relação ao solo):

$$\begin{cases} E_{P_A}^{(S)} = mgh_A = (6\ \text{kg})\ (10\text{m/s}^2)\ (8\ \text{m}) = 480\ \text{J} \\ E_{P_B}^{(S)} = mgh_B = (6\ \text{kg})\ (10\text{m/s}^2)\ (3\ \text{m}) = 180\ \text{J} \end{cases}$$

Consideremos agora outro plano de referência: o plano R, situado 3 metros acima do solo. Em relação a esse plano, as alturas dos pontos A e B são $h_A = 5$ m e $h_B = 0$. Assim, em relação a R, as energias potenciais do corpo nos pontos A e B são:

$$\begin{cases} E_{P_A}^{(R)} = mgh_A = (6\ \text{kg})\ (10\text{m/s}^2)\ (5\ \text{m}) = 300\ \text{J} \\ E_{P_B}^{(R)} = mgh_B = (6\ \text{kg})\ (10\text{m/s}^2)\ (0) = 0\ \text{J} \end{cases}$$

É óbvio que o valor da energia potencial depende do referencial, mas a **diferença de energia potencial** entre dois pontos não depende do referencial, como podemos observar:

$$\begin{cases} E_{P_A}^{(S)} - E_{P_B}^{(S)} = 480\ \text{J} - 180\ \text{J} = 300\ \text{J} \\ E_{P_A}^{(R)} - E_{P_B}^{(R)} = 300\ \text{J} - 0\ \text{J} = 300\ \text{J} \end{cases}$$

É fácil perceber que essa diferença de energias potenciais é igual ao trabalho do peso entre A e B:

$$\tau_{A \to B} = \underset{\text{inicial}}{E_{P_A}} - \underset{\text{final}}{E_{P_B}} \qquad \text{(II)}$$

2. ENERGIA MECÂNICA

Consideremos uma situação em que um corpo de massa m vá de uma posição A para uma posição B, de modo que a única força que realiza trabalho seja o peso do corpo, isto é, o corpo pode estar sob a ação de outras forças de tal forma que elas não realizem trabalho. Pode ser, por exemplo, o caso de um corpo escorregando num tobogã sem atrito (a normal não realiza trabalho), ou o caso de um pêndulo simples (a tração não realiza trabalho). Pelo Teorema da Energia Cinética, o trabalho do peso entre A e B será:

$$\tau_{A \to B} = \underset{\text{final}}{E_{C_B}} - \underset{\text{inicial}}{E_{C_A}} \qquad \text{(III)}$$

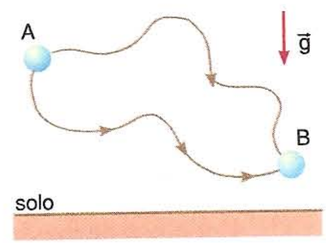


Figura 5

onde E_{C_B} e E_{C_A} são as energias cinéticas em B e A.

Mas, pela equação (II), o trabalho do peso entre A e B é:

$$\tau_{A \to B} = \underset{\text{inicial}}{E_{P_A}} - \underset{\text{final}}{E_{P_B}} \qquad \text{(IV)}$$

Das equações (III) e (IV) tiramos:

$$\mathcal{T}_{A \to B} = \underset{\text{final}}{E_{C_B}} - \underset{\text{inicial}}{E_{C_A}} = \underset{\text{inicial}}{E_{p_A}} - \underset{\text{final}}{E_{p_B}}$$

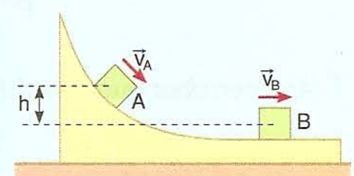
ou:

$$\underbrace{E_{C_A} + E_{p_A}}_{\text{inicial}} = \underbrace{E_{C_B} + E_{p_B}}_{\text{final}} = \text{constante} = E_M \quad \text{(V)}$$

Portanto, se, durante o movimento, a única força que realiza trabalho é o peso, a **soma** da energia cinética com a energia potencial se mantém **constante**, é **conservada**, e essa soma é chamada de **energia mecânica** (E_M). A equação (V) é um caso particular de um princípio que será dado mais adiante: o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**. Segundo esse princípio, se as únicas forças que realizam trabalho são forças cujo trabalho não depende da trajetória, a energia mecânica se **conserva**. Daí a razão de essas forças serem chamadas **conservativas**.

Exemplo 1

Um bloco de massa m = 6,0 kg é abandonado em um tobogã sem atrito, numa região em que $g = 10\ m/s^2$. O bloco passa pelo ponto *A* com velocidade $v_A = 4,0\ m/s$. Calcule a velocidade do bloco ao passar pelo ponto *B*, sabendo que h = 0,60 m.

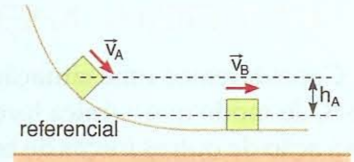


Discussão

No exercício 30 da página 354 essa situação já foi considerada, e lá você deve ter resolvido o problema usando o Teorema da Energia Cinética. Agora vamos resolvê-lo usando a **conservação da energia mecânica**. Poderemos fazer isso porque, não havendo atrito, a única força que realiza trabalho é o peso.

Resolução

Este é um caso em que é mais vantajoso considerar o referencial da figura ao lado. Em relação a ele, as alturas dos pontos *A* e *B* são $h_A = 0,60$ m e $h_B = 0$. Assim, aplicando a **conservação da energia mecânica**:



$$E_{C_A} + E_{p_A} = E_{C_B} + E_{p_B} \Rightarrow \frac{mv_A^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_A^2 + 2\,gh_A = v_B^2 + 2\,gh_B \Rightarrow (4,0)^2 + 2\,(10)\,(0,60) = v_B^2 + 2\,(10)\,(0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 28 \Rightarrow v_B = \sqrt{28} = \sqrt{4\,(7)} \Rightarrow \boxed{v_B = 2\sqrt{7}\ m/s}$$

Exemplo 2

Um bloco de massa m = 4,0 kg é abandonado em um tobogã sem atrito, na posição *A* da figura *a*, sendo $h_A = 45$ m e $g = 10\ m/s^2$. Adotando o solo como referencial da energia potencial, faça um gráfico representando a energia potencial, a energia cinética e a energia mecânica em função da altura.

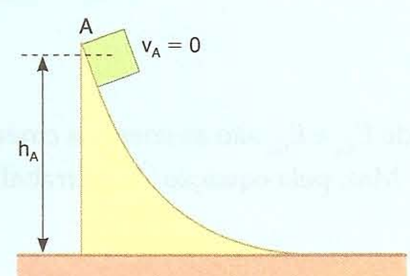


Figura a

Resolução

Não havendo atrito, a energia mecânica se conserva, isto é, tem o mesmo valor em qualquer ponto. Podemos, então, calcular a energia mecânica no ponto A.

$$E_M = \text{energia mecânica} = E_{C_A} + E_{P_A} = \frac{mv_A^2}{2} + mgh_A = mgh_A =$$
$$= (4{,}0\ \text{kg})\,(10\ \text{m/s}^2)\,(45\ \text{m}) = 1\,800\ \text{J}$$

Portanto, o gráfico da energia mecânica é o da figura *b*.

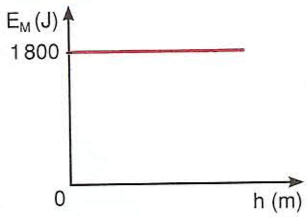


Figura b

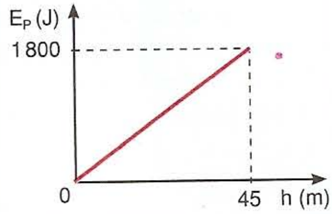


Figura c

A energia potencial no solo é nula e no ponto A é 1 800 J. Como a equação da energia potencial é do primeiro grau, o gráfico é retilíneo (fig. *c*).

Em qualquer ponto da trajetória a energia mecânica tem o mesmo valor. Assim:

$$E_C + E_P = E_M \Rightarrow E_C + mgh = 1\,800 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_C = 1\,800 - mgh = 1\,800 - (4{,}0)\,(10)\,(h) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_C = 1\,800 - 40h$$

Esta última equação é do primeiro grau com coeficiente angular negativo. O gráfico está na figura *d*.

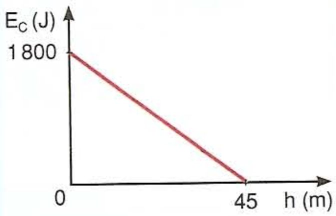


Figura d

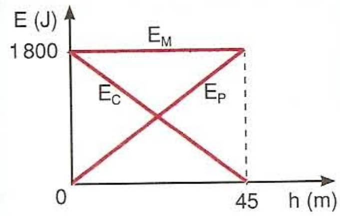
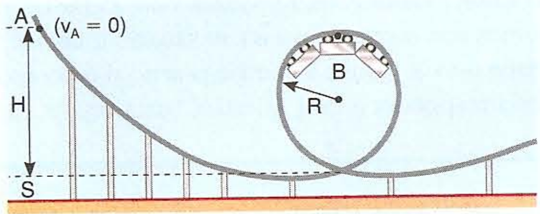


Figura e

Na figura *e* colocamos os três gráficos. Neles visualizamos a troca de energias. Enquanto a cinética diminui, a potencial aumenta, de modo que a soma (E_M) se mantém constante.

Exemplo 3

Numa montanha-russa os carrinhos partem do ponto A com velocidade nula. Determine o valor mínimo de H de modo que os carrinhos consigam fazer o *loop*.



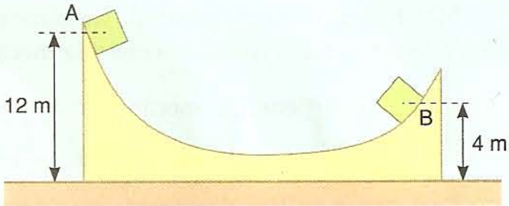
Resolução

No capítulo 13 vimos que, para fazer o *loop*, a velocidade mínima no ponto B deve ser $v_B = \sqrt{Rg}$. Desprezando o atrito, vamos impor a **conservação da energia mecânica**, adotando o plano S como referencial de altura.

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B} \Rightarrow \frac{mv_A^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_B \Rightarrow$$
$$\Rightarrow mgH = \frac{m\left(\sqrt{Rg}\right)^2}{2} + mg\,(2\,R) \Rightarrow \quad H = 2{,}5\,R$$

Exemplo 4

Um bloco de massa m = 6,0 kg é abandonado no ponto *A* de um tobogã, passando pelo ponto *B* com velocidade 8,0 m/s. Durante o movimento as únicas forças que atuam no bloco são o peso, a normal e uma força de atrito. Sendo $g = 10\ m/s^2$, calcule o trabalho da força de atrito no trajeto AB.



Discussão

Neste caso, havendo atrito, a energia mecânica não se conserva. Como iremos ver, haverá uma perda de energia mecânica, e essa perda, em módulo, é igual ao trabalho da força de atrito. Você já deve ter calculado esse trabalho no exercício 33 do capítulo anterior, usando o Teorema da Energia Cinética; agora vamos fazê-lo usando a energia mecânica.

Resolução

Tomando o solo como referencial das energias potenciais, temos:

$$\left.\begin{array}{l} E_{C_A} = 0 \\ E_{P_A} = mgh_A = (6{,}0)\,(10)\,(12) \Rightarrow E_{P_A} = 720\ J \end{array}\right\} E_{M_A} = E_{C_A} + E_{P_A} = 720\ J$$

$$\left.\begin{array}{l} E_{C_B} = \dfrac{mv_B^2}{2} = \dfrac{(6{,}0)\,(8{,}0)^2}{2} \Rightarrow E_{C_B} = 192\ J \\ E_{P_B} = mgh_B = (6{,}0)\,(10)\,(4) \Rightarrow E_{P_B} = 240\ J \end{array}\right\} E_{M_B} = 432\ J$$

A perda da energia mecânica é: 720 J − 432 J = 288 J. A perda é +288 J, mas a variação da energia mecânica é negativa:

$$\Delta E_{M_B} = E_{M_B} - E_{M_A} = (432\ J) - (720\ J) = -288\ J$$

O trabalho da força de atrito é igual à variação da energia mecânica:

$$\mathcal{T}_{F_{atrito}} = -288\ J$$

Energia potencial negativa

Já que o referencial é arbitrário, você poderia perguntar: "Posso colocar o plano de referência **acima** dos pontos onde ocorre o movimento?". A resposta é: sim, podemos fazer isso, embora por enquanto não seja vantajoso. No entanto, para tomar contato com essa escolha, que será útil no capítulo 1 do volume 2 desta coleção, vamos considerar um exemplo. No caso da figura *a*, temos um corpo de massa *m* situado a uma distância *h*, abaixo do plano de referência *R*. Qual é a energia potencial do corpo em relação a esse referencial? Para responder a essa questão, basta seguir a receita geral:

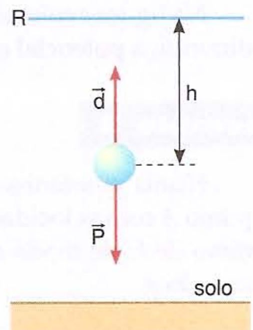


Figura a

A energia potencial em um ponto é igual ao trabalho realizado pela força conservativa considerada para ir desse ponto ao referencial.

Porém, nesse caso, para ir até o referencial, o corpo deve subir e, assim, o deslocamento terá sentido oposto ao da força, o que acarreta trabalho negativo. Portanto, a energia potencial no caso da figura *a* é:

$$E_p = -mgh$$

Na figura *b* temos um resumo da situação. Quando o corpo está acima do referencial, a energia potencial é positiva e, quando está abaixo do referencial, a energia potencial é negativa.

Se adotarmos um eixo com origem no referencial, como na figura *c*, a energia potencial será dada por:

$$E_p = mgx$$

e o gráfico de E_p em função de x é o da figura *d*.

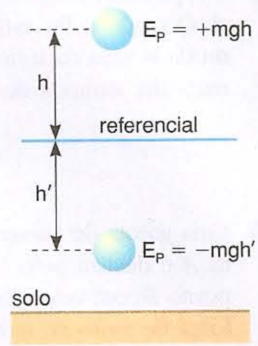


Figura b

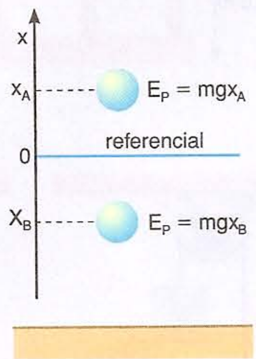


Figura c

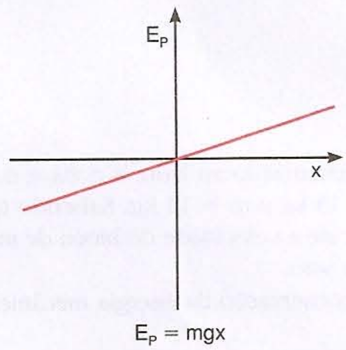


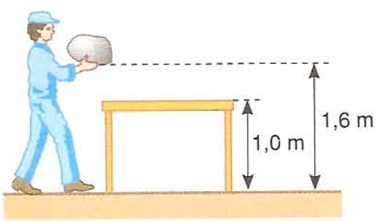
Figura d

Aplicação

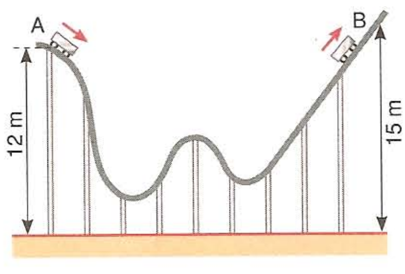
1 Um homem segura uma pedra de massa 5,0 kg, numa região em que g = 10 m/s². Calcule a energia potencial gravitacional da pedra:

a) em relação ao solo;

b) em relação a um plano que passa pelo tampo da mesa.



2 Um carrinho de montanha-russa passa pelo ponto *A* com velocidade de 8,0 m/s. Desprezando o atrito e supondo g = 10 m/s², calcule a velocidade do carrinho ao passar pelo ponto *B*.

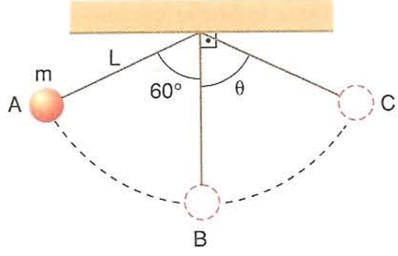


3 Um pêndulo simples de comprimento L = 2,0 m e massa m = 4,0 kg é abandonado em repouso na posição *A*, numa região em que g = 10 m/s².

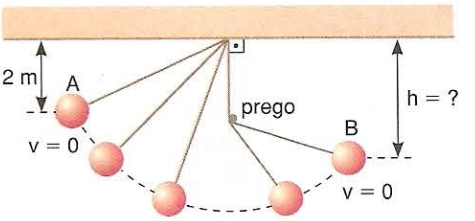
a) Calcule a velocidade da bolinha na posição mais baixa (posição *B*).

b) Qual é a intensidade da tração no fio, na posição mais baixa?

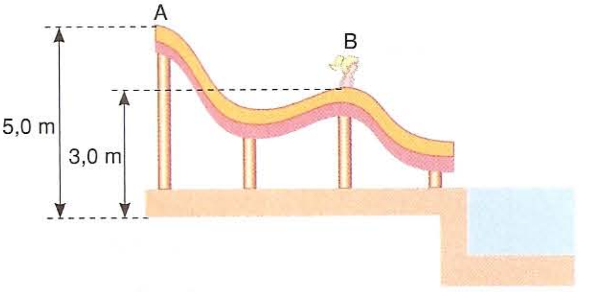
c) Na figura, a posição *C* corresponde à posição mais alta atingida "do outro lado". Qual é o valor do ângulo θ?



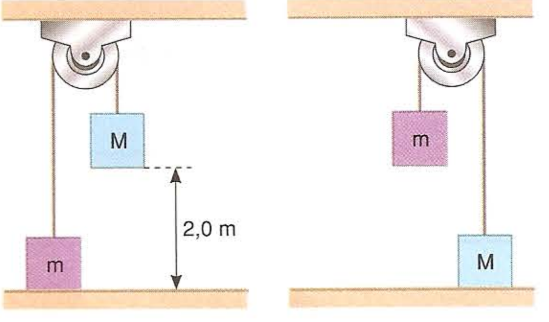
4 Um pêndulo simples é abandonado em repouso na posição *A*. Quando o fio está na vertical, encontra um prego, que muda o raio da trajetória da partícula. Sendo *B* a posição mais alta atingida do outro lado, qual é o valor de *h*?



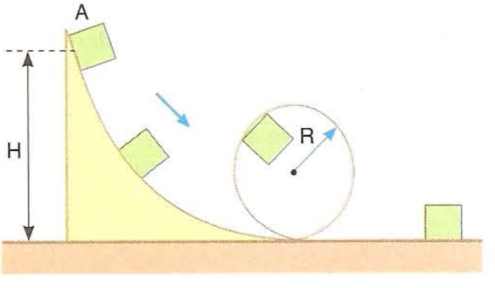
5 Uma garota de massa 30 kg sai do repouso no ponto *A* e desliza pelo "escorregador", passando pelo ponto *B* com velocidade 6,0 m/s. Qual o trabalho da força de atrito no trecho AB? (Adote $g = 10\ m/s^2$.)



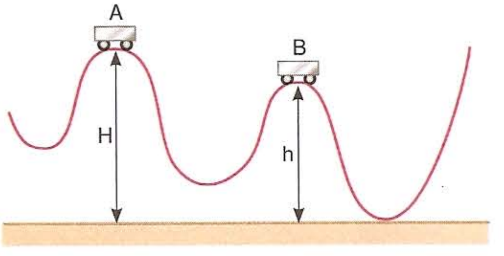
6 No sistema esquematizado ao lado, a polia e o fio são ideais, M = 15 kg e m = 12 kg. Sabendo que $g = 10\ m/s^2$, calcule a velocidade do bloco de massa *M* ao atingir o solo.
Sugestão: use a conservação da energia mecânica.



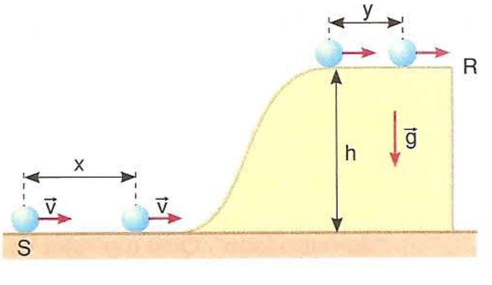
7 Um bloco é abandonado no ponto *A* com velocidade nula. Sendo $g = 10\ m/s^2$ e R = 1,2 m, calcule o valor mínimo de *H*, de modo que o bloco consiga fazer o *loop* sem perder o contato com a pista (despreze o atrito).



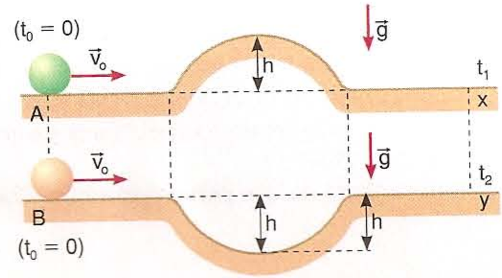
8 Um carrinho de montanha-russa passa pelo ponto *A* com velocidade 10 m/s. São dados: $g = 10\ m/s^2$; H = 7,0 m; h = 5,0 m. Calcule a velocidade do carrinho ao passar pelo ponto *B*, supondo que entre *A* e *B* tenha havido uma perda de 10% da energia mecânica, por causa do atrito.



9 Duas bolinhas movem-se sem atrito sobre uma superfície *S* com a mesma velocidade v = 10 m/s. Elas sobem uma rampa e atingem a superfície horizontal *R*. São dados: $g = 10\ m/s^2$; h = 2,2 m; x = 5 m. Qual é o valor de *y*?



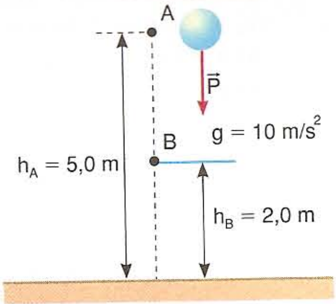
10 No instante $t_0 = 0$ duas bolinhas passam pelos pontos *A* e *B*. Uma delas passa por um trecho em elevação e a outra por uma depressão, com a mesma forma e a mesma "profundidade" *h*. A bola verde passa por *x* no instante t_1, e a bola amarela passa por *y* no instante t_2. Quem é maior: t_1 ou t_2?



Reforço

11 (UC-MG) Um corpo de massa m = 3,0 kg é abandonado de um ponto *A*, situado a 5,0 m de altura. Afirma-se que:

a) a energia cinética do corpo em *A* é 150 J.
b) a energia mecânica do corpo no ponto *A* é 90 J.
c) a energia mecânica do corpo no ponto *B* é 60 J.
d) a energia potencial do corpo em *B* é igual a 150 J.
e) o trabalho realizado pelo peso do corpo de *A* até *B* é 90 J.

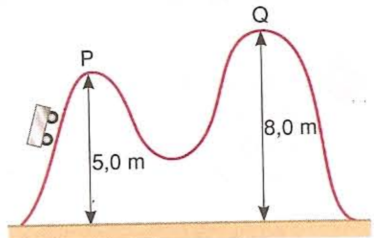


12 (Fuvest-SP) Uma bola de 0,2 kg é chutada para o ar. Sua energia mecânica, em relação ao solo, vale 50 J. Quando está a 5 m do solo, o valor de sua velocidade é: ($g = 10\ m/s^2$)

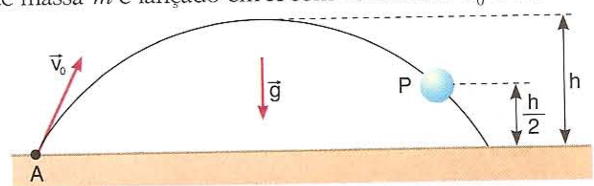
a) 5 m/s b) 10 m/s c) $\sqrt{50}$ m/s d) 20 m/s e) 100 m/s

13 (Unirio-RJ) A figura representa um carrinho de massa *m* se deslocando sobre o trilho de uma montanha-russa num local onde a aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$. Considerando que a energia mecânica do carrinho se conserva durante o movimento e, em *P*, o módulo de sua velocidade é 8,0 m/s, teremos no ponto *Q* uma velocidade de módulo igual a:

a) 5,0 m/s
b) 4,8 m/s
c) 4,0 m/s
d) 2,0 m/s
e) zero



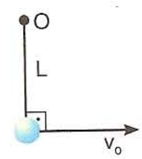
14 (Fuvest-SP) Um projétil de massa *m* é lançado em *A* com velocidade $\vec{v}_0$ e descreve a trajetória indicada na figura.



Desprezando-se a resistência do ar, a energia cinética do projétil, no ponto *P*, será:

a) $\frac{1}{2}$ mgh b) $\frac{1}{4}\ m \cdot v_0^2$ c) $\frac{1}{2}\ m \cdot v_0^2 - mgh$ d) $\frac{1}{2}\ m \cdot v_0^2 + \frac{1}{2}\ mgh$ e) $\frac{1}{2}\ m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2}\ mgh$

15 (FEI-SP) Qual a velocidade escalar inicial mínima v_0, a ser dada ao corpo de massa *m* ligado ao fio inextensível de comprimento *L*, fixo em *O*, para que realize uma volta completa?
Dados: L = 8 cm; $g = 10\ m/s^2$.



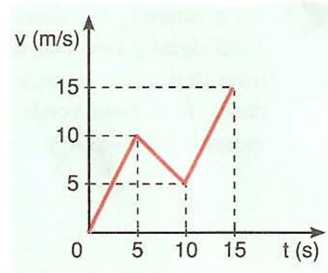
16 (Vunesp-SP) Um corpo de massa 1,0 kg é lançado obliquamente, a partir do solo, sem girar. O módulo da componente vertical da velocidade, no instante do lançamento, é 2,0 m/s e o módulo da componente horizontal é 3,0 m/s. Supondo que o corpo esteja sujeito exclusivamente à ação da gravidade, determine sua energia cinética:

a) no instante do lançamento; b) no ponto mais alto da trajetória.

17 (Fuvest-SP) O gráfico representa a velocidade escalar, em função do tempo, de um carrinho de montanha-russa de 200 kg. No instante t = 15 s o carrinho chega ao nível do solo. Despreze o atrito. Calcule:

a) o trabalho realizado pela força da gravidade entre os instantes t = 5 s e t = 15 s;

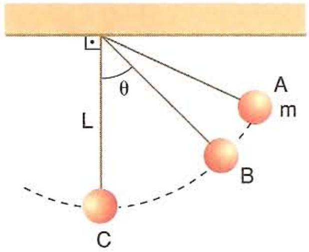
b) a altura de que partiu o carrinho. Considere $g = 10\ m/s^2$.



18 Um pêndulo simples de massa m = 0,30 kg e comprimento L = 0,80 m é abandonado na posição *A*, passando pela posição *B* com velocidade $v_B = 3{,}0\ m/s$. Sabendo que cos θ = 0,80, calcule:

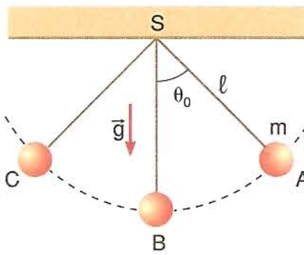
a) a velocidade na posição *C*;

b) a tração no fio na posição *C*.

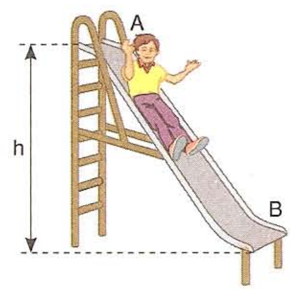


19 (Fatec-SP) Um pêndulo é constituído por uma partícula de massa *m* suspensa a um fio leve, flexível e inextensível, de comprimento *l*. A gravidade local é *g*. O pêndulo é abandonado em repouso na posição SA, formando com a vertical ângulo $\theta_0 = 60°$. Desprezar efeitos do ar. Quando o pêndulo passa pela posição SB (vertical), a força tensora no fio é:

a) m · g
b) 4 · m · g
c) 3 · m · g
d) 2 · m · g
e) n.d.a.



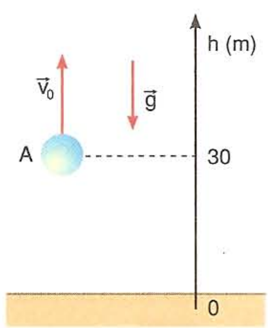
20 Uma criança de massa 40 kg brinca em um escorregador, como mostra a figura. Ela sai do repouso no ponto *A* e atinge o ponto *B* com velocidade 6,0 m/s. Sendo h = 3,0 m e $g = 10\ m/s^2$, calcule o trabalho realizado pelas forças de atrito.



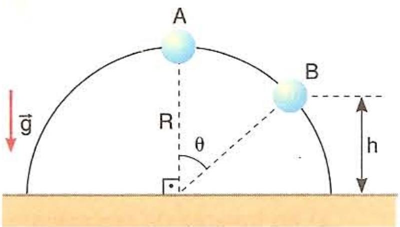
21 Uma bolinha de massa m = 0,40 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade de módulo $v_0 = 20\ m/s$, de um ponto *A*, como mostra a figura, numa região em que $g = 10\ m/s^2$.

a) Calcule a altura máxima *H* atingida pela bolinha, em relação ao solo.

b) Esboce os gráficos da energia potencial e da energia mecânica da bolinha em função da altura *h*, tomando o solo como referencial da energia potencial.



22 Uma bolinha é abandonada em repouso no ponto *A* de uma superfície cilíndrica de raio R = 0,60 m e desliza sem atrito, perdendo o contato com a superfície no ponto *B*. Sendo $g = 10\ m/s^2$, calcule *h*.



3. ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

A força elástica também é uma força conservativa e, assim, a ela também corresponde uma energia potencial. Como vimos, para calcular essa energia potencial devemos escolher um referencial. No caso da força elástica é vantajoso escolher como referência a situação em que a mola não está deformada ($x = 0$).

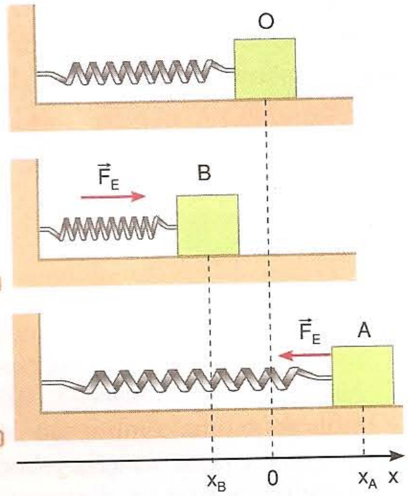


Figura 6

Na figura 6a temos um corpo ligado a uma mola de constante elástica *k*, na situação de equilíbrio, isto é, a deformação *x* é nula. Na figura 6b a mola está contraída e $x_B < 0$. Na figura 6c a mola está esticada e $x_A > 0$. Porém, tanto na posição *A* como na posição *B*, a força elástica aponta para a posição de equilíbrio. Portanto, tanto o trabalho para ir de *A* até 0 como o trabalho para ir de *B* até 0 serão positivos, isto é, em qualquer posição a energia potencial será positiva. Calculemos, por exemplo, a energia potencial na posição *A*. Pela Lei de Hooke, temos $|\vec{F}_E| = k\,|x|$ e, assim, o trabalho da força elástica para ir de *A* até 0 ($\tau_{A\to 0}$) é dado pela área da região sombreada na figura 7. Sendo E_{p_A} a energia potencial em *A*, temos:

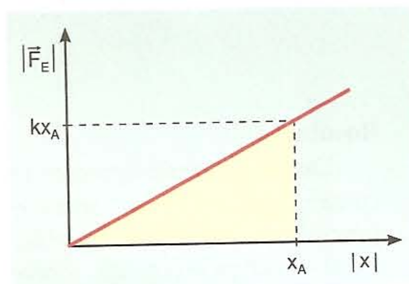


Figura 7

$$E_{p_A} = \tau_{A\to 0} = \frac{(x_A)\,(kx_A)}{2} \Rightarrow E_{p_A} = \frac{k \cdot x_A^2}{2}$$

A energia potencial no ponto *B* (E_{p_B}) será igual ao trabalho da força elástica para ir de *B* até 0 ($\tau_{B\to 0}$).

Embora tenhamos $x_B < 0$, podemos considerar o gráfico de $|\vec{F}_E|$ em função de $|x|$ que está na figura 8, pois já sabemos que $\tau_{B\to 0} > 0$. Assim, E_{p_B} será dada pela área da região sombreada na figura 8:

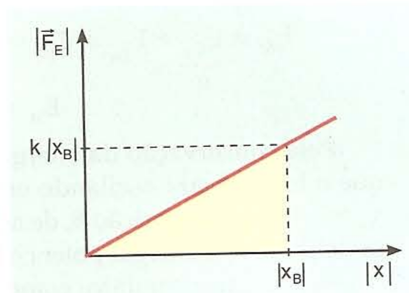


Figura 8

$$E_{p_B} = \tau_{B\to 0} = \frac{|x_B| \cdot k \cdot |x_B|}{2} = \frac{kx_B^2}{2} \Rightarrow E_{p_B} = \frac{kx_B^2}{2}$$

Portanto, tomando como referência a posição de equilíbrio 0, em qualquer posição a energia potencial elástica será dada por:

$$E_p = \frac{k\,x^2}{2} \quad \text{(VI)}$$

A equação (VI) é do segundo grau em *x*. Portanto, o gráfico de E_p em função de *x* é uma parábola (fig. 9).

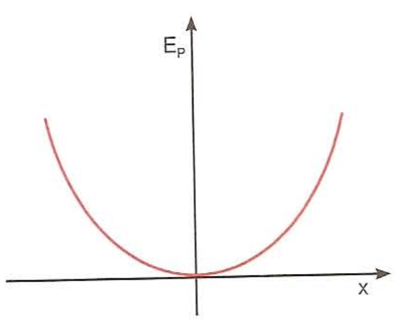


Figura 9

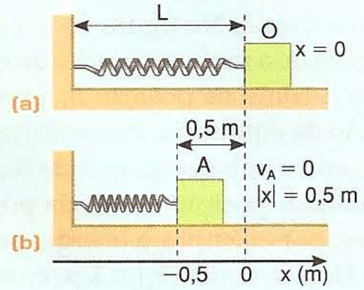
Energia mecânica

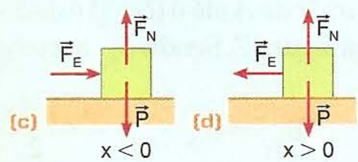
Sendo a força elástica uma força conservativa, vale para ela o mesmo comentário que fizemos para o peso. Se ela for a única força que realiza trabalho não nulo num corpo, a energia mecânica será constante, isto é, a soma da energia cinética com a potencial será constante:

$$E_C + E_p = \frac{m\,v^2}{2} + \frac{k\,x^2}{2} = E_M = \text{constante}$$

Exemplo 5

Na figura *a* temos um bloco de massa m = 4,0 kg preso a uma mola de constante elástica k = 1 600 N/m, cujo comprimento natural é *L*, e, assim, nessa posição a mola não está deformada (x = 0). O bloco é então empurrado, de modo que a mola sofre uma compressão de 0,5 m (fig. *b*). Abandonando-se o bloco nessa posição, esboce os gráficos das energias em função da abscissa *x*, desprezando o atrito.





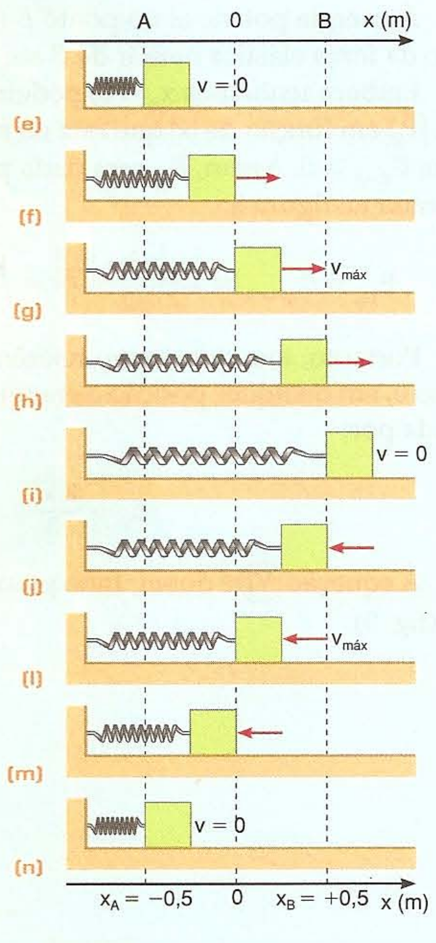
Resolução

Durante o movimento, as únicas forças que atuam no bloco são o peso, a força normal e a força elástica (figs. *c* e *d*). A única força que realiza trabalho não nulo é a força elástica, que é conservativa. Portanto, ocorre a conservação da energia mecânica. Vamos calcular a energia mecânica considerando a situação da figura *b*, que é a mesma da figura *e*:

$$E_M = \underbrace{E_{C_A}}_{0} + E_{P_A} = E_{P_A} = \frac{kx_A^2}{2} = \frac{(1\,600)\,(0,5)^2}{2}$$

$$E_M = 200\ \text{J}$$

Pela conservação da energia mecânica, é fácil perceber que o bloco ficará oscilando entre a posição *A*, de abscissa $x_A = -0,5$ m, e a posição *B*, de abscissa $x_B = +0,5$ m. No trajeto de *A* até 0, a energia potencial vai diminuindo e a energia cinética vai aumentando; como conseqüência, a velocidade aumenta. No ponto 0, a energia potencial é nula e a energia cinética é máxima, isto é, a velocidade também é máxima. Do ponto 0 ao ponto *B*, a velocidade vai diminuindo, a energia cinética vai diminuindo e a energia potencial vai aumentando, até que no ponto *B* a velocidade é nula e a energia potencial é novamente 200 J.



Como a energia mecânica é constante, o seu gráfico em função da abscissa x é o da figura o.

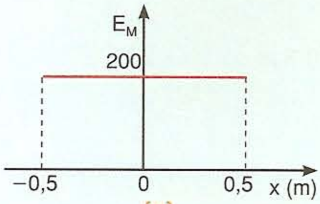
A energia potencial é dada por:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{(1\,600)\,x^2}{2} = 800\,x^2$$

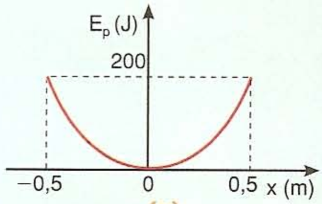
O gráfico é um arco de parábola e está na figura p.

Como a energia mecânica é constante, o gráfico da energia cinética deve ser semelhante ao gráfico da energia potencial, porém invertido (fig. q). Se quisermos a equação da energia cinética, teremos:

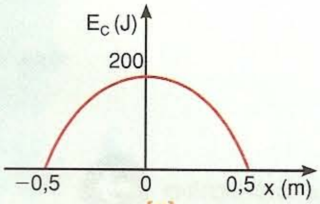
$$E_C + E_p = E_M \Rightarrow E_C + 800\,x^2 = 200 \Rightarrow E_C = 200 - 800\,x^2$$



(o)



(p)



(q)

4. CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Apresentamos, até agora, o Princípio da Conservação da Energia Mecânica em dois casos particulares de forças conservativas: o peso e a força elástica.

Porém, o princípio pode ser generalizado para o caso em que há simultaneamente várias forças conservativas atuando num corpo. A **energia mecânica**, nesse caso, é a soma da **energia cinética** com **todas as potenciais** que houver. Assim, o Princípio da Conservação da Energia Mecânica pode ser enunciado, na sua forma geral, como:

> Se, dentre todas as forças que atuam num sistema, as únicas que realizam trabalho não nulo são forças conservativas, a energia mecânica do sistema é constante.

Exemplo 6

Um bloco de massa m = 8,0 kg é preso à extremidade de uma mola de constante elástica k = 320 N/m e abandonado em repouso na situação da figura ao lado, com a mola em seu comprimento natural, isto é, sem deformação. Calcule a máxima deformação sofrida pela mola. (Adote g = 10 m/s².)

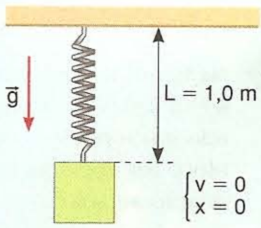


Figura a

Resolução

Desprezando a resistência do ar, as únicas forças que atuam no bloco são o peso e a força elástica, que são forças conservativas. Portanto, vale a conservação da energia mecânica. Vamos representar a energia potencial correspondente ao peso por E_p^P e a energia potencial elástica por E_p^E. Para a energia potencial gravitacional, vamos adotar o referencial S assinalado na figura b, em que a posição B é a posição de máxima deformação da mola. Portanto:

$$E_{C_A} + E_{P_A}^P + E_{P_A}^E = E_{C_B} + E_{P_B}^P + E_{P_B}^E \quad \text{I}$$

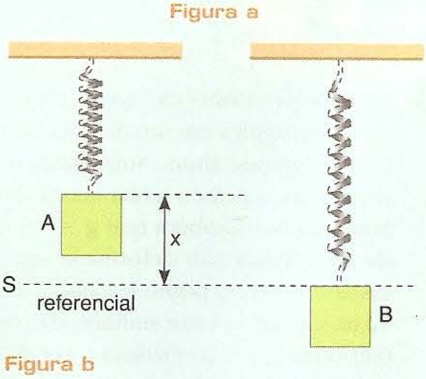


Figura b

Na posição *A* o bloco está em repouso e na posição *B*, que é a posição de deformação máxima, a velocidade é novamente nula; portanto: $E_{C_A} = E_{C_B} = 0$.

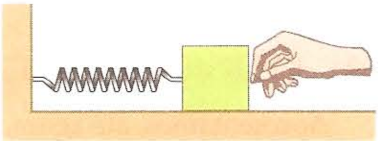
Na posição *A*, a mola não está deformada; portanto $E^E_{P_A} = 0$. Na posição *B*, a altura em relação ao referencial é nula e, assim: $E^E_{P_B} = 0$. Portanto:

$$\underbrace{E_{C_A}}_{0} + \underbrace{E^P_{P_A}}_{mgx} + \underbrace{E^E_{P_A}}_{0} = \underbrace{E_{C_B}}_{0} + \underbrace{E^P_{P_B}}_{0} + \underbrace{E^E_{P_B}}_{\frac{kx^2}{2}}$$

$$mgx = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow x = \frac{2\,mg}{k} = \frac{2\,(8,0)\,(10)}{320} \Rightarrow x = 0,5\text{ m}$$

Aplicação

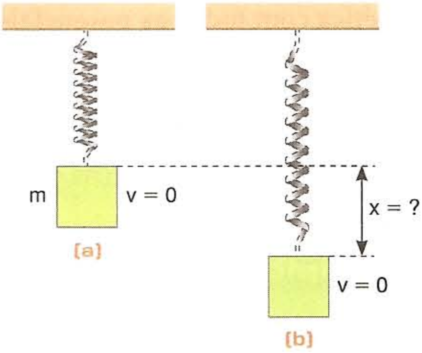
23 Um bloco de massa m = 4,0 kg é mantido em repouso, comprimindo uma mola de constante elástica k = 3 600 N/m. Despreze os atritos e suponha que, na situação da figura, a compressão da mola seja x = 0,10 m.



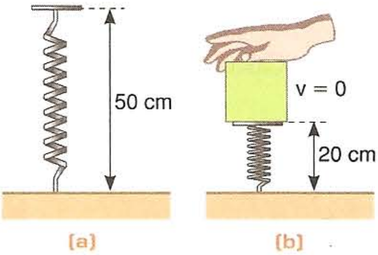
a) Calcule a energia potencial elástica na situação da figura.

b) Se o bloco for liberado, calcule sua velocidade ao perder o contato com a mola.

24 Na figura *a* o sistema foi abandonado em repouso, e a mola não está deformada. A constante elástica da mola é k = 100 N/m; $g = 10\text{ m/s}^2$ e a massa do bloco é m = 2,0 kg. Calcule a deformação máxima atingida pela mola.

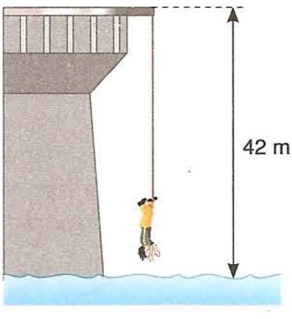


25 Na figura *a* temos uma mola não deformada de constante elástica k = 1 200 N/m. Na figura *b* um bloco de massa m = 0,60 kg é mantido em repouso, comprimindo a mola. Adote $g = 10\text{ m/s}^2$. Se o bloco for liberado, qual será a altura máxima atingida por ele, em relação ao solo?

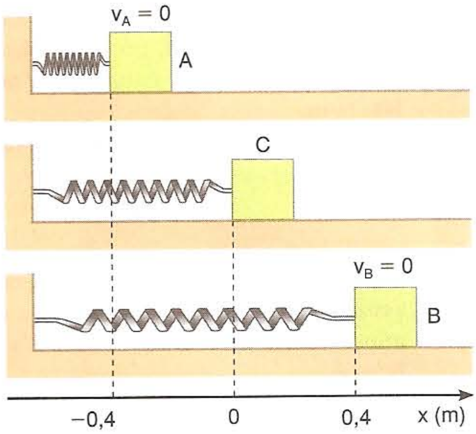


26 No esporte conhecido como *bungee-jumping*, prende-se uma tira elástica em um dos pés de uma pessoa e ela salta de uma grande altura. Suponhamos que, numa dessas experiências, a pessoa tenha massa de 80 kg e altura de 2 m. Suponhamos também que $g = 10\text{ m/s}^2$ e o comprimento da tira elástica não deformada seja 20 m. Sabendo que a distância entre o ponto em que a tira está presa e a água é 42 m, calcule o valor mínimo da constante elástica da tira (supondo que ela obedeça à Lei de Hooke) de modo que a pessoa não atinja a água.

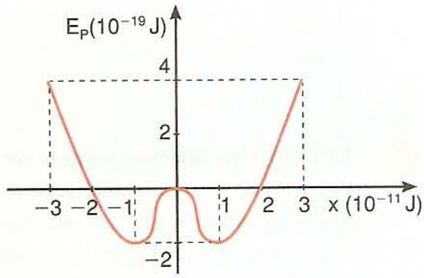
Getty Images



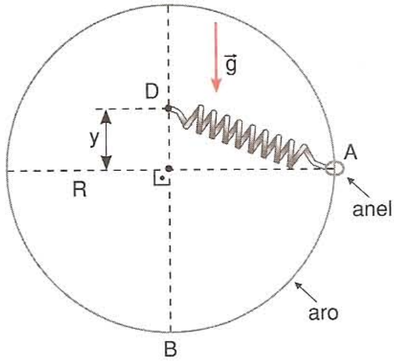
27 A figura representa um bloco de massa m = 4,0 kg preso a uma mola de constante elástica k = 100 N/m. O sistema está oscilando entre as posições x = −0,4 m e x = +0,4 m; a posição x = 0 corresponde a deformação nula. Não há atrito.
a) Calcule as energias cinética e potencial na posição *A*.
b) Calcule as energias cinética e potencial na posição *B*.
c) Calcule as energias cinética e potencial na posição *C*.
d) Esboce os gráficos das energias cinética, potencial e mecânica em função da abscissa *x*.



28 As moléculas de um sólido vibram sob a ação de forças elétricas que são conservativas (como iremos ver no estudo da Eletricidade). Na figura ao lado temos o gráfico da energia potencial em função da abscissa *x* para uma molécula que vibra ao longo de um eixo Ox. Sabe-se que a energia mecânica da molécula é $4 \cdot 10^{-19}$ J.
a) Calcule as energias cinéticas da molécula nos pontos de abscissas $x_1 = -3 \cdot 10^{-11}$ m; $x_2 = -2 \cdot 10^{-11}$ m; $x_3 = -1 \cdot 10^{-11}$ m; $x_4 = 0$; $x_5 = +1 \cdot 10^{-11}$ m e $x_6 = +3 \cdot 10^{-11}$ m.
b) Esboce o gráfico da energia cinética da molécula em função da abscissa *x*.
c) Esboce o gráfico da energia mecânica em função da abscissa *x*.

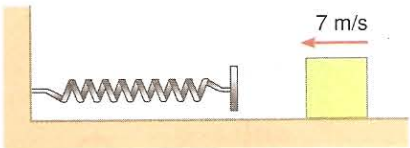


29 Um anel de massa 2,0 kg pode deslizar sem atrito ao longo de um aro de arame que passa por dentro dele. O anel está também preso a uma mola de constante elástica k = 50 N/m, cuja outra extremidade está presa a um ponto fixo *D*. O comprimento não deformado da mola é L = 1,1 m; g = 10 m/s²; R = 1,2 m; y = 0,5 m. Abandonando-se o anel no ponto *A*, qual será sua velocidade ao passar pelo ponto *B*?



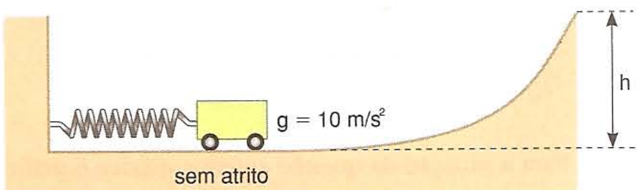
Reforço

30 (UF-SC) Um bloco de 10 kg de massa desloca-se, sem atrito, sobre uma superfície horizontal lisa, com uma velocidade constante de 7 m/s, em direção a uma mola de constante elástica igual a 1 000 N/m, presa a uma parede. Determine a contração da mola, em cm, no instante em que o bloco atingir o repouso.

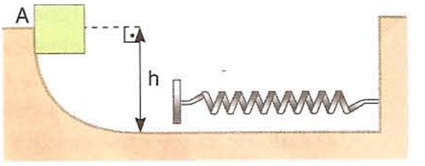


31 (UF-MG) A mola (k = 100 N/m) está comprimida de 0,10 m. Se ela for liberada, o carrinho de massa 0,10 kg atingirá a altura *h*, em metros, de:

a) 0,10
b) 0,25
c) 0,50
d) 1,0
e) 5,0

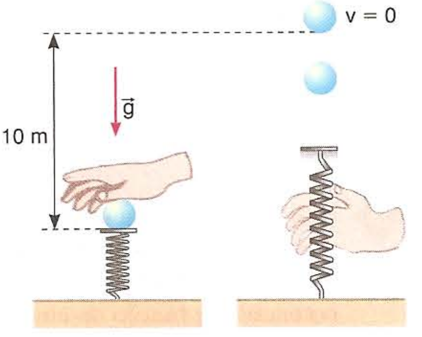


32. (Fatec-SP) Um corpo de massa 2,0 kg escorrega, a partir do repouso, do ponto *A*, por uma pista vertical sem atrito. Na base da pista o corpo comprime a mola de constante elástica 800 N/m.
Sendo h = 1,8 m e $g = 10\ m/s^2$, a deformação máxima sofrida pela mola é de:

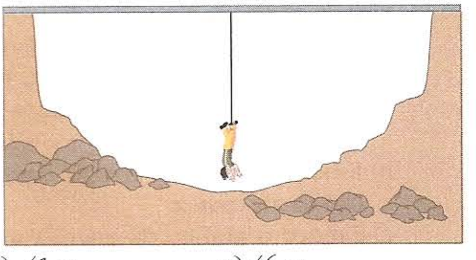


a) 30 cm b) 20 cm c) 15 cm d) 10 cm e) 3,0 cm

33. (PUC-SP) Um corpo de massa 20 g está sobre uma mola comprimida de 40 cm. Solta-se a mola e deseja-se que o corpo atinja a altura de 10 m ($g = 10\ m/s^2$). A constante da mola em N/m é:
a) 50
b) 25
c) 60
d) 100
e) 150

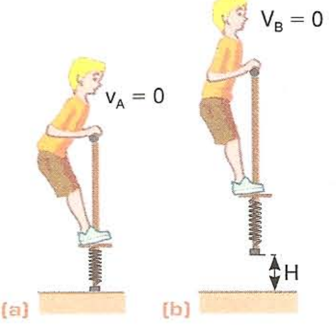


34. (ITA-SP) Um *bungee-jumper* de 2 m de altura e 100 kg de massa pula de uma ponte usando uma *bungee-cord*, de 18 m de comprimento quando não alongada, constante elástica de 200 N/m e massa desprezível, amarrada aos seus pés. Na sua descida, a partir da superfície da ponte, a corda atinge a extensão máxima sem que ele toque nas rochas embaixo. Das opções abaixo a menor distância entre a superfície da ponte e as rochas é:

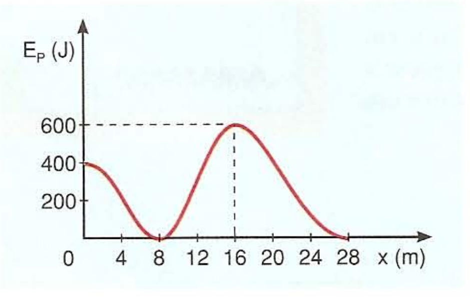


a) 26 m b) 31 m c) 36 m d) 41 m e) 46 m

35. Um garoto de massa 50 kg brinca de pula-pula na situação da figura *a*. A velocidade do garoto é nula e a compressão da mola é 10 cm. Sabendo que $g = 10\ m/s^2$ e que a constante elástica da mola é $k = 6{,}0 \cdot 10^4$ N/m, calcule a altura máxima *H* atingida pelo brinquedo (fig. *b*).



36. (Mackenzie-SP) Um corpo de massa *m* se movimenta num campo de forças conservativo. Sua energia mecânica é igual a 600 J e o gráfico da sua energia potencial é:



Nessas condições, podemos afirmar que:
a) no ponto de abscissa x = 28 m a energia mecânica é nula.
b) no ponto de abscissa x = 0 a energia cinética é máxima.
c) no ponto de abscissa x = 28 m a energia cinética é nula.
d) no ponto de abscissa x = 16 m a energia cinética é nula.

37. Para a situação da questão anterior, esboce o gráfico da energia cinética em função da abscissa *x*.

5. POTÊNCIA

Às vezes é interessante saber a rapidez com que uma força realiza trabalho ou um sistema fornece (ou recebe) energia. A grandeza que nos dá essa rapidez é denominada **potência**. Vamos começar considerando a **potência de uma força**, isto é, a rapidez com que uma força realiza trabalho.

A **potência média** de uma força, num certo intervalo de tempo (Δt), é a razão entre o trabalho dessa força ($\mathcal{T}$) e o intervalo de tempo:

$$P_m = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t}$$

Suponhamos, por exemplo, que uma força tenha realizado trabalho de 30 joules em 6 segundos. A potência média dessa força, nesse intervalo de tempo, será:

$$P_m = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} = \frac{30 \text{ joules}}{6 \text{ segundos}} = 5 \text{ joules/segundo} = 5 \text{ J/s}$$

Portanto, **em média**, essa força realizou um trabalho de 5 joules a cada segundo.

No Sistema Internacional, a unidade de potência recebeu o nome de **watt**, cujo símbolo é **W**, em homenagem a James Watt.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

Assim, no exemplo acima temos: $P_m = 5 \text{ J/s} = 5 \text{ watts} = 5 \text{ W}$.

De modo análogo ao que foi feito no caso da velocidade (e da aceleração), se tomarmos um intervalo de tempo muito pequeno, obteremos a potência instantânea:

$$P_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathcal{T}}{\Delta t}$$

Na realidade, não calcularemos esse limite, mas vale aqui um comentário semelhante ao feito no caso da velocidade. Em geral a potência média não coincide com a potência instantânea; mas, se a potência instantânea for constante, teremos:

$$P_i = P_m = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t}$$

Para o caso em que a potência é constante, o gráfico da potência em função do tempo está na figura 10. A área sombreada da figura nos dá o trabalho realizado no intervalo de tempo Δt:

$$P = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{T} = P \cdot (\Delta t)$$

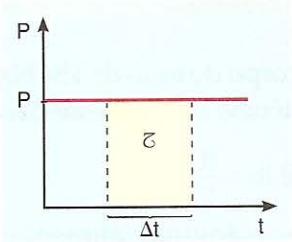


Figura 10

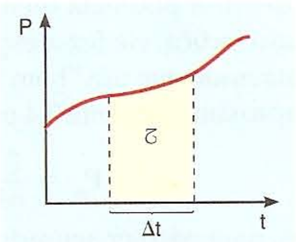
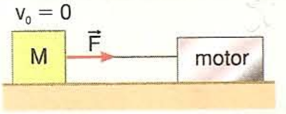


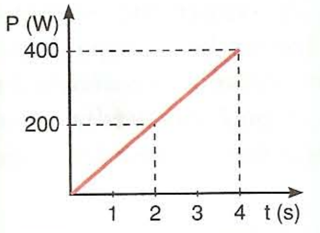
Figura 11

Usando o Cálculo Integral, pode-se generalizar essa propriedade para o caso em que a potência é variável; nesse caso também a área colorida nos dá o trabalho (fig. 11).

Exemplo 7

Um motor arrasta uma caixa de massa M = 400 kg sobre uma superfície horizontal sem atrito, exercendo uma força $\vec{F}$, cuja potência em função do tempo está representada no gráfico ao lado. Qual é a velocidade da caixa no instante t = 4,0 s?





Resolução

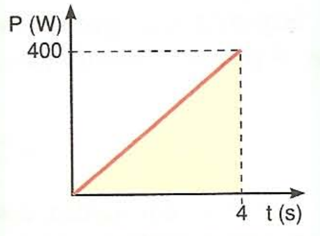
O trabalho de *F* é dado pela área da região sombreada na figura:

$$\tau = \frac{4\,(400)}{2} \Rightarrow \tau = 800 \text{ joules} = 800 \text{ J}$$

Pelo Teorema da Energia Cinética temos:

$$\tau = \frac{M \cdot v^2}{2} - \underbrace{\frac{M \cdot v_0^2}{2}}_{0} \Rightarrow 800 = \frac{400\, v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v = 2 \text{ m/s}$$



O *horse-power* e o cavalo-vapor

O Sistema Britânico de Engenharia adota como unidade de potência o *horse-power* (literalmente, "potência de um cavalo"), cujo símbolo é *HP*. Essa unidade é usada por algumas indústrias, como, por exemplo, a indústria automobilística, para fornecer as potências de suas "máquinas". Você já deve ter observado, na publicidade de veículos, que as potências são dadas em HP.

Figura 12. Gravura do século XIX mostrando a substituição de cavalos pela máquina a vapor no funcionamento de bombas-d'água.

O introdutor dessa unidade foi James Watt. No início do capítulo 14, vimos que Watt foi o construtor da primeira máquina a vapor realmente eficiente. Vimos também que entre os primeiros usuários desse tipo de máquina estavam os proprietários de minas, que até então usavam cavalos para movimentar as bombas que retiravam a água. Para convencer seus clientes, Watt informava-lhes quantos cavalos seriam substituídos por uma única máquina; mas, para fazer isso, Watt precisou medir a potência média de um cavalo. Ao que tudo indica, ele fez a experiência da figura 13, constatando que um "bom" cavalo conseguia suspender um corpo de peso de 150 libras a uma razão de aproximadamente 2,4 pés a cada segundo. Portanto, a potência média desse cavalo seria:

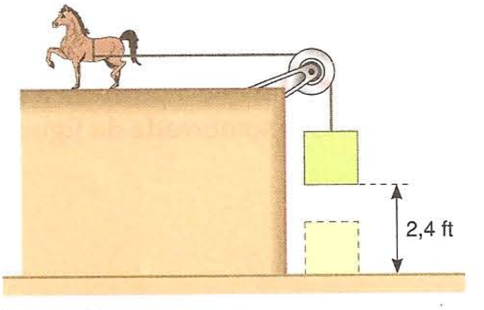


Figura 13

$$P_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{\Delta t} = \frac{(150 \text{ lb})\,(2{,}4 \text{ ft})}{1 \text{ s}} = 360 \text{ lb} \cdot \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

Depois, para não ser acusado de exagerar a capacidade de suas máquinas, aumentou esse valor para $550\ \frac{\text{lb} \cdot \text{ft}}{\text{s}}$. Assim, o HP passou a ser dado oficialmente por:

$$1 \text{ HP} = \frac{550 \text{ lb} \cdot \text{ft}}{\text{s}}$$

Lembrando que 1 ft = 0,3048 m e 1 lb = 4,448 N (ver exercício 10 do capítulo 10), temos:

$$1\text{ HP} = 550\,\frac{\text{lb}\cdot\text{ft}}{\text{s}} = \frac{550\,(4{,}448\text{ N})\,(0{,}3048\text{ m})}{\text{s}} \cong 746\text{ W} \Rightarrow \quad 1\text{ HP} \cong 746\text{ W}$$

Mais tarde, usando-se unidades do sistema decimal, foi definido o *cavalo-vapor*, cujo símbolo é *cv*, como a potência necessária para suspender um corpo de peso 75 kgf à razão de 1 metro a cada segundo:

$$1\text{ cv} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F\cdot d}{\Delta t} = \frac{(75\text{ kgf})\,(1\text{ m})}{1\text{ s}} = \frac{735\text{ N}\cdot\text{m}}{\text{s}} = 735\text{ J/s} \Rightarrow \quad 1\text{ cv} = 735\text{ W}$$

Potência e velocidade

Vamos considerar um caso particular em que uma força constante $\vec{F}$ (fig. 14) atua num corpo durante um intervalo de tempo Δt, em que o deslocamento é $\vec{d}$. A potência média da força nesse intervalo de tempo é:

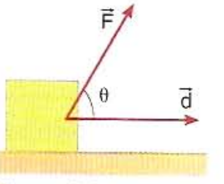


Figura 14

$$P_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F\cdot d\cdot\cos\theta}{\Delta t} = F\cdot\underbrace{\left(\frac{d}{\Delta t}\right)}_{v_m}\cdot\cos\theta \Rightarrow P_m = F\cdot v_m\cdot\cos\theta$$

onde v_m é o módulo da velocidade média.

Usando o Cálculo Diferencial é possível mostrar que a fórmula acima pode ser estendida para valores **instantâneos** (fig. 15a):

$$P = F\cdot v\cdot\cos\theta$$

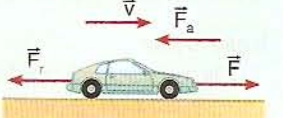
Figura 15 (a) $P = F\cdot v\cdot\cos\theta$ (b) $P = F\cdot v$

No caso particular em que a força é paralela à velocidade, isto é, $\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$ (fig. 15b), temos:

$$P = F\cdot v$$

Exemplo 8

Um automóvel de massa m = 1 200 kg move-se com velocidade constante v = 20 m/s em uma estrada plana e reta. Nessas condições, a força de atrito de rolamento tem intensidade F_r = 200 N e a força de resistência do ar tem intensidade F_a = 300 N. Calcule a potência transmitida pelo motor às rodas.



Resolução

Como a velocidade é constante, a força resultante é nula e, assim, a força $\vec{F}$ que impulsiona o automóvel tem intensidade igual à soma das intensidades das forças de resistência:

$$F = F_r + F_a = 200\text{ N} + 300\text{ N} = 500\text{ N}$$

Sendo $\vec{F}$ paralela ao deslocamento, temos:

$$P = F\cdot v = (500\text{ N})\,(20\text{ m/s}) = 10\,000\text{ W} = 10\text{ quilowatts} = 10\text{ kW}$$

Vamos calcular essa potência em HP e cv:

Em HP: $P = \dfrac{10\,000\text{ W}}{746\text{ W/HP}} \cong 13{,}4\text{ HP}$

Em cv: $P = \dfrac{10\,000\text{ W}}{735\text{ W/cv}} \cong 13{,}6\text{ cv}$

$$P = 10\,000\text{ W} = 10\text{ kW} \cong 13{,}4\text{ HP} \cong 13{,}6\text{ cv}$$

A potência de um automóvel

Se você costuma ler anúncios de automóveis, pode ter achado muito baixo o valor da potência obtido no exemplo anterior. Acontece que o valor apresentado pelo fabricante do veículo refere-se à potência total produzida na queima do combustível. De toda a energia produzida na combustão, apenas 14% (aproximadamente) vão para a propulsão do veículo. O resto é gasto no escapamento (calor e energia cinética dos gases), aquecimento, movimentos internos do motor, câmbio, atritos internos e acessórios, como faróis, limpador de pára-brisa, etc. Na tabela temos os valores aproximados dos consumos (em porcentagem) para um automóvel movido a gasolina, cuja massa é 1 500 kg.

Processo	Consumo (%)
propulsão do veículo	14
escapamento	33
aquecimento	33
movimento dos mecanismos	10
atrito interno	6
acessórios	4

Fonte: R. A. Serway. *Physics*. Philadelphia: Saunders College Publishing, 1992.

Potência e energia

O conceito de potência aplica-se em geral a qualquer processo em que haja fluxo de energia. Assim, se um sistema fornece (ou recebe) uma quantidade de energia ΔE, num intervalo de tempo Δt, a potência média fornecida (ou recebida) pelo sistema, nesse intervalo de tempo, é:

$$P_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Se quisermos a potência instantânea, calcularemos o limite da expressão acima, para $\Delta t \rightarrow 0$.

Exemplo 9

Certo ferro de passar roupas traz em suas especificações a seguinte indicação: 2 000 W. Se uma dona de casa usar esse ferro durante 3,0 horas, qual será a energia elétrica consumida?

Resolução

A indicação 2 000 W significa que a potência consumida é 2 000 W, isto é, a cada segundo são consumidos 2 000 joules de energia elétrica, que é transformada em calor. Temos, então:

$$\Delta t = 3{,}0 \text{ horas} = (3{,}0)(3\,600 \text{ s}) = 10\,800 \text{ segundos}$$

Assim:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E = P \cdot (\Delta t) = (2\,000 \text{ W})(10\,800 \text{ s}) = 2{,}16 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{s}$$

$$\Delta E = 2{,}16 \cdot 10^7 \text{ joules} \cong 20 \text{ milhões de joules}$$

O quilowatt-hora

Como podemos perceber pelo exemplo anterior, a energia de 1 joule é muito pequena em comparação com as energias consumidas pelos aparelhos que nos rodeiam. Assim, na prática usa-se uma outra unidade de energia, o **quilowatt-hora**, cujo símbolo é **kWh**.

Por definição, 1 kWh é a energia correspondente à potência de 1 kW durante 1 hora:

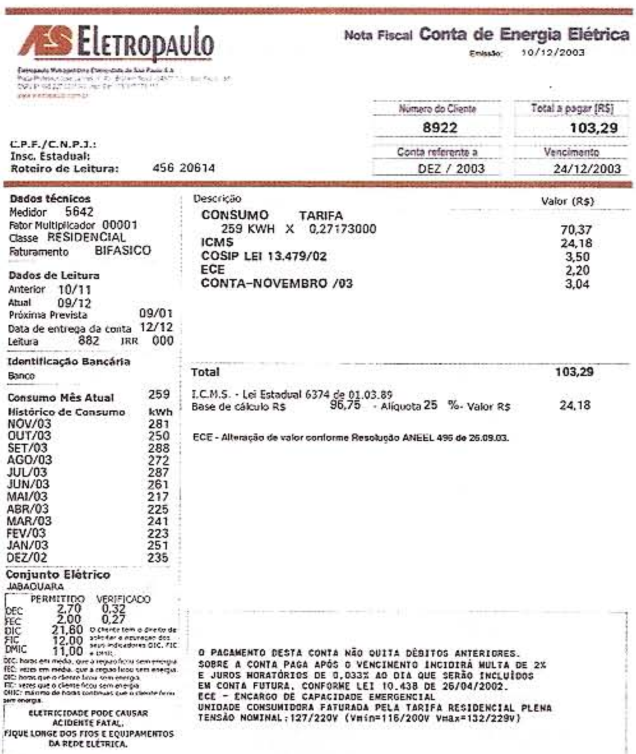
$$1\ \text{kWh} = (1\ \text{kW})\ (1\ \text{h}) = (10^3\ \text{W})\ (3\,600\ \text{s}) = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{W} \cdot \text{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{joules} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

$$1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

Assim, no exemplo anterior, a energia consumida pelo ferro de passar é:

$$\Delta E = P \cdot (\Delta t) = \underbrace{(2\,000\ \text{W})}_{2\ \text{kW}}\ (3\ \text{horas}) = (2\ \text{kW})\ (3\text{h}) = 6\ \text{kWh}$$

Na figura 16, temos a reprodução de uma conta de energia elétrica, que chega mensalmente às residências. Observe que o consumo de energia é dado em kWh.



AES Eletropaulo

Nota Fiscal **Conta de Energia Elétrica**
Emissão: 10/12/2003

Número do Cliente	Total a pagar [R$]
8922	103,29
Conta referente a	Vencimento
DEZ / 2003	24/12/2003

C.P.F./C.N.P.J.:
Insc. Estadual:
Roteiro de Leitura: 456 20614

Dados técnicos
Medidor 5642
Fator Multiplicador 00001
Classe RESIDENCIAL
Faturamento BIFASICO

Dados de Leitura
Anterior 10/11
Atual 09/12
Próxima Prevista 09/01
Data de entrega da conta 12/12
Leitura 882 IRR 000

Identificação Bancária
Banco

Consumo Mês Atual 259

Histórico de Consumo	kWh
NOV/03	281
OUT/03	250
SET/03	288
AGO/03	272
JUL/03	287
JUN/03	261
MAI/03	217
ABR/03	225
MAR/03	241
FEV/03	223
JAN/03	251
DEZ/02	235

Conjunto Elétrico
JABAQUARA

	PERMITIDO	VERIFICADO
DEC	2,70	0,32
FEC	2,00	0,27
DIC	21,60	
FIC	12,00	
DMIC	11,00	

O cliente tem o direito de solicitar a apuração dos seus indicadores DIC, FIC e DMIC.
DEC: horas em média, que a região ficou sem energia.
FEC: vezes em média, que a região ficou sem energia.
DIC: horas que o cliente ficou sem energia.
FIC: vezes que o cliente ficou sem energia.
DMIC: máximo de horas contínuas que o cliente ficou sem energia.

ELETRICIDADE PODE CAUSAR ACIDENTE FATAL,
FIQUE LONGE DOS FIOS E EQUIPAMENTOS DA REDE ELÉTRICA.

Descrição	Valor (R$)
CONSUMO TARIFA 259 KWH X 0,27173000	70,37
ICMS	24,18
COSIP LEI 13.479/02	3,50
ECE	2,20
CONTA-NOVEMBRO /03	3,04
Total	103,29

I.C.M.S. - Lei Estadual 6374 de 01.03.89
Base de cálculo R$ 96,75 - Alíquota 25 %- Valor R$ 24,18

ECE - Alteração de valor conforme Resolução ANEEL 495 de 26.09.03.

O PAGAMENTO DESTA CONTA NÃO QUITA DÉBITOS ANTERIORES.
SOBRE A CONTA PAGA APÓS O VENCIMENTO INCIDIRÁ MULTA DE 2%
E JUROS MORATÓRIOS DE 0,033% AO DIA QUE SERÃO INCLUÍDOS
EM CONTA FUTURA, CONFORME LEI 10.438 DE 26/04/2002.
ECE - ENCARGO DE CAPACIDADE EMERGENCIAL
UNIDADE CONSUMIDORA FATURADA PELA TARIFA RESIDENCIAL PLENA
TENSÃO NOMINAL: 127/220V (Vmín=116/200V Vmax=132/229V)

Figura 16

Tabela 1. Energias (em J)	
emissão anual solar	$1{,}2 \cdot 10^{34}$
consumo mundial anual	$2{,}7 \cdot 10^{20}$
um litro de gasolina	$3{,}4 \cdot 10^{7}$
consumo diário de um adulto	$1{,}3 \cdot 10^{7}$
fissão de um núcleo de urânio	$3 \cdot 10^{-11}$
energia cinética de uma molécula de ar à temperatura ambiente	10^{-21}

Tabela 2. Potências (em W)	
emissão total do Sol	$4 \cdot 10^{26}$
incidência do sol na Terra	$1{,}74 \cdot 10^{17}$
fotossíntese total na Terra	$4 \cdot 10^{12}$
Hidrelétrica de Itaipu	$1{,}26 \cdot 10^{10}$
Boeing 747	$1{,}4 \cdot 10^{8}$
locomotiva	$3 \cdot 10^{6}$
automóvel	10^{5}
geladeira	600
TV em cores	150

Fonte: H. Benson. *University Physics*. New York: John Wiley & Sons, 1991.

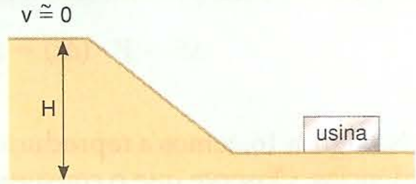
Exemplo 10

Numa região em que $g = 10\ \text{m/s}^2$, uma usina hidrelétrica aproveita uma queda-d'água de altura $H = 30$ metros e vazão $\phi = 4{,}0 \cdot 10^3$ metros cúbicos por segundo. Supondo que a densidade da água seja $d = 1{,}0 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$ e que 80% da energia cinética da água se transforme em energia elétrica, calcule a potência dessa usina.

Resolução

Vamos supor que, no alto, a velocidade da água seja praticamente nula. Considerando certa porção de água de massa *m*, no alto ela tem energia potencial mgh e energia cinética nula. Se desprezarmos o atrito, quando essa porção de água chegar embaixo terá energia cinética E = mgh. Lembrando que a densidade é dada por $d = \frac{m}{V}$ (onde *V* é o volume), temos: $m = d \cdot V$. Assim:

$$E = mgh = dVgh$$



Portanto, a potência transferida para a usina será:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{dVgh}{\Delta t} = dgh\left(\frac{V}{\Delta t}\right)$$

Porém, o quociente $\frac{V}{\Delta t}$ é o volume por unidade de tempo, isto é, a vazão ϕ. Assim:

$$P = dgh\,\phi$$

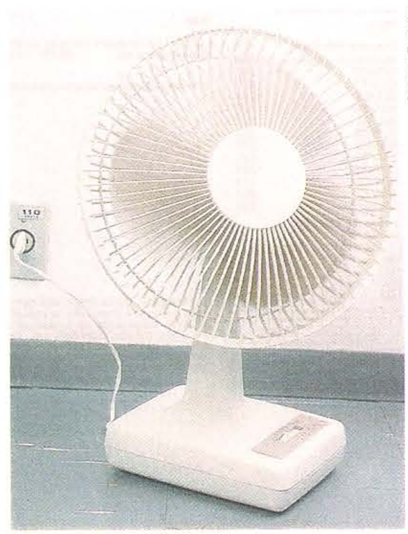
Dessa potência apenas 80% serão transformados em potência elétrica. Portanto, a potência elétrica P_E será:

$$P_E = (80\%)\text{ de }(dgh\,\phi) = (0{,}8)\,dgh\,\phi = (0{,}8)\,(1{,}0 \cdot 10^3)\,(10)\,(30)\,(4{,}0 \cdot 10^3)$$

$$P_E = 9{,}6 \cdot 10^8\,W$$

6. RENDIMENTO

Imaginemos um ventilador elétrico. Ele recebe energia elétrica (E_t), que flui através do fio ligado à tomada na parede. A função do ventilador é transformar essa energia elétrica em energia cinética das pás (E_u). O ideal seria que toda a energia elétrica recebida fosse transformada em energia cinética. No entanto, é fácil perceber que isso não ocorre; podemos observar que o corpo do ventilador se aquece, e isso significa que uma parte da energia recebida foi transformada em calor. A energia recebida pelo ventilador é chamada de **energia total** (E_t) e a energia efetivamente transformada em energia cinética das pás é a **energia útil** (E_u). Podemos também considerar as potências. A potência elétrica recebida é a **potência total** (P_t) e a potência realmente utilizada é a **potência útil** (P_u).



DoValle Estúdio

Figura 17

As máquinas em geral são **transformadores de energia**. Uma locomotiva a vapor, por exemplo, transforma o calor obtido na queima da lenha (ou carvão) em energia cinética da locomotiva; o ventilador transforma energia elétrica em energia cinética; uma usina hidrelétrica transforma energia cinética da água em energia elétrica. De modo geral, o que acontece com o ventilador acontece com todas as máquinas: a transformação pretendida nunca é total, há sempre uma perda.

Consideremos, então, uma máquina qualquer que recebe uma **potência total** P_t (fig. 18). Dessa potência, uma parte é realmente utilizada para realizar a tarefa para a qual a máquina foi destinada: é a **potência útil** (P_u). A outra parte é perdida: é a chamada **potência dissipada** (P_d). Obviamente, devemos ter:

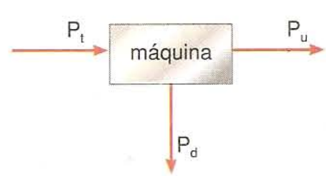


Figura 18

$$P_t = P_u + P_d$$

O rendimento (η) dessa máquina é definido por:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t}$$

Voltando ao caso do ventilador, suponhamos que ele receba uma potência elétrica de 80 W; esta é a potência total recebida: $P_t = 80$ W. Suponhamos também que apenas 60 W sejam utilizados na produção do movimento das pás; esta é a potência útil: $P_u = 60$ W. O rendimento do ventilador é, então:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{60\ \text{W}}{80\ \text{W}} = 0{,}75 = 75\%$$

A potência dissipada é: $P_d = P_t - P_u = 80\ \text{W} - 60\ \text{W} = 20$ W.

Essa potência "perdida" foi usada para a produção de calor e para realizar o trabalho de movimentação das partes internas do motor.

Aplicação

38 Uma força realiza um trabalho de 2 400 J em 2,0 minutos. Calcule a potência média dessa força.

39 Calcule o trabalho realizado por uma determinada força em 20 segundos, sabendo que sua potência é constante e igual a 3,0 watts.

40 Expressando o watt em unidades de base do SI, temos:

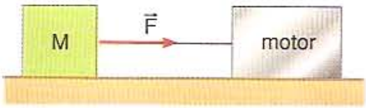
$$1\ \text{W} = 1\ \text{m}^x \cdot \text{k}_g^y \cdot \text{s}^z$$

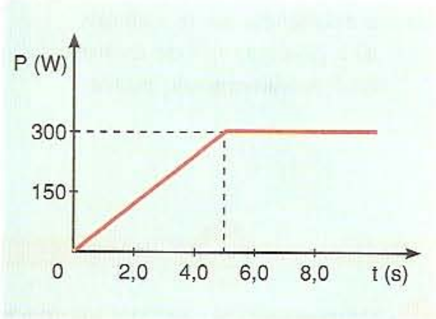
Quais são os valores de *x*, *y* e *z*?

41 Na figura abaixo representamos um motor que puxa uma caixa de massa 400 kg, a partir do repouso, sobre uma superfície lisa, exercendo uma força $\vec{F}$ cuja potência em função do tempo é dada pelo gráfico ao lado. Calcule:

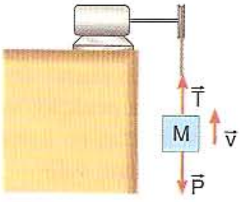
a) o trabalho de $\vec{F}$ entre os instantes t = 0 e t = 8,0 s;

b) a velocidade da caixa no instante t = 8,0 s.





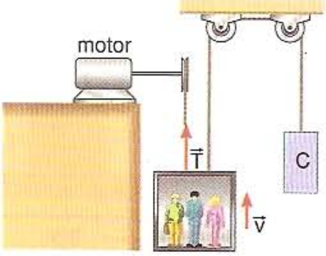
42 Um motor eleva um corpo de massa M = 0,60 kg, com velocidade constante v = 2,0 m/s, num local em que g = 10 m/s². Calcule a potência da força $\vec{T}$ exercida pelo motor. (Despreze a resistência do ar.)



43 Um elevador de massa 1 000 kg tem um contrapeso *C* de massa 900 kg. Na situação da figura, o elevador está subindo com velocidade constante v = 2,0 m/s, transportando três pessoas de massas 40 kg, 50 kg e 70 kg. Desprezando a resistência do ar, calcule:

a) a intensidade da força *T* exercida pelo motor sobre o elevador;

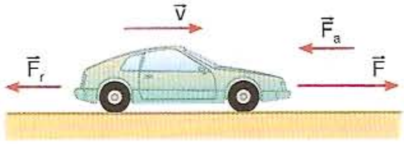
b) a potência da força *T*.



44 Uma torneira elétrica de potência 2 500 W funciona durante 2,0 horas. Calcule a energia consumida pela torneira nesse intervalo de tempo, em joules e em kWh.

45 Uma usina hidrelétrica utiliza uma queda-d'água de altura 60 metros e vazão $8{,}0 \cdot 10^3\ m^3/s$, numa região em que $g = 10\ m/s^2$. Admita que a velocidade da água no alto seja nula e que a densidade da água seja $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$. Calcule a potência dessa usina admitindo que 75% da energia potencial da água no alto se transformem em energia elétrica.

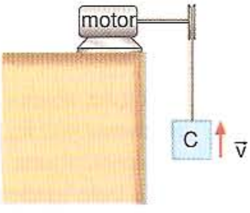
46 Em uma estrada plana e horizontal, um automóvel move-se com velocidade $v = 20\ m/s$. Nessas condições a força de atrito de rolamento e a força de resistência do ar têm intensidades $F_r = 200\ N$ e $F_a = 300\ N$.



a) Calcule a potência transmitida pelo motor às rodas.
b) Supondo que, da energia produzida na combustão, apenas 14% sejam transmitidos às rodas, calcule a potência total produzida na queima do combustível.
c) Supondo que o combustível seja a gasolina, consulte a tabela 1, na página 377, e calcule quantos quilômetros esse automóvel está percorrendo para cada litro de gasolina.

47 Um motor elétrico consome uma potência de 600 W. Dessa potência, apenas 450 W são utilizados na tarefa para a qual ele foi destinado. Qual é o rendimento desse motor?

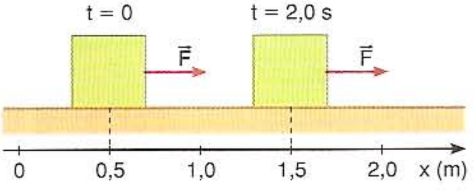
48 A figura ao lado representa uma situação em que um bloco *C*, de massa 40 kg, é elevado, com velocidade $v = 3{,}0\ m/s$, por um motor elétrico que consome uma potência elétrica de 2 000 W. Adote $g = 10\ m/s^2$ e despreze a resistência do ar. Calcule:
a) a potência útil do motor;
b) o rendimento do motor.

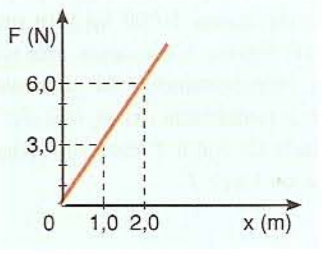


Reforço

49 (Vunesp-SP) No Sistema Internacional de Unidades a medida da grandeza física trabalho pode ser expressa em joules ou por:
a) $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ b) $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ c) $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}$ d) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ e) $kg \cdot m^{-2} \cdot s^2$

50 (UF-PB) Um corpo desloca-se sobre uma reta sofrendo a ação de uma força resultante $\vec{F}$, cuja intensidade varia com a posição conforme o gráfico abaixo. Sabendo-se que o corpo se encontra no ponto de coordenada $x = 0{,}50\ m$ no instante $t = 0$ e $x = 1{,}5\ m$ em $t = 2{,}0\ s$, a potência média da força $\vec{F}$, nesse trecho de seu deslocamento, vale:
a) 0 b) 0,5 W c) 1,0 W d) 1,5 W e) 2,5 W

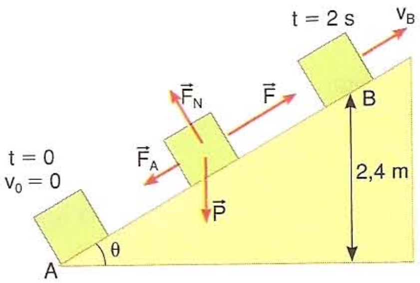


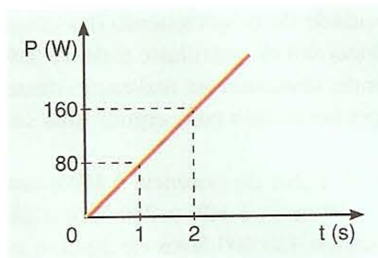


51 Um bloco de massa 4,0 kg parte com velocidade inicial nula da base de um plano inclinado com atrito, puxado por uma força $\vec{F}$, cuja potência em função do tempo é dada pelo gráfico. Além da força $\vec{F}$, atuam no bloco a força normal $\vec{F}_N$, o peso $\vec{P}$ e a força de atrito $\vec{F}_A$, cuja intensidade é $F_A = 8{,}0$ N. Sabendo que $g = 10$ m/s^2, sen $\theta = 0{,}60$ e cos $\theta = 0{,}80$, calcule:

a) os trabalhos das quatro forças atuantes no bloco, no deslocamento AB;

b) a velocidade do bloco no ponto *B*.





52 (UF-PR) Um automóvel de massa 1 119 kg pode atingir a velocidade de 72 km/h em 3,000 segundos. Desprezando as resistências, calcule a potência média transmitida às rodas do veículo nesse intervalo de tempo, em HP (adote 1 HP = 746,0 W).

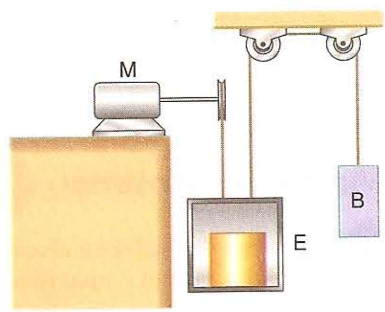
53 (Vunesp-SP) Um motor de potência útil igual a 125 W, funcionando como elevador, eleva a 10 m de altura, com velocidade constante, um corpo de peso igual a 50 N, no tempo de:

a) 0,4 s b) 2,5 s c) 12,5 s d) 5,0 s e) 4,0 s

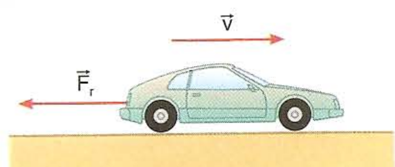
54 (Cesesp-PE) Qual a potência média útil necessária para bombear 1 000 litros de água a uma altura de 5,0 m, em 1/2 hora? (Adote $g = 10$ m/s^2 e densidade da água 1 kg/litro.)

55 (Fuvest-SP) A figura ao lado representa esquematicamente um elevador *E* com massa 800 kg e um contrapeso *B*, também de 800 kg, acionados por um motor *M*. A carga interna do elevador é de 500 kg. (Considere $g = 10$ m/s^2.)

Qual a potência fornecida pelo motor com o elevador subindo com uma velocidade constante de 1m/s?

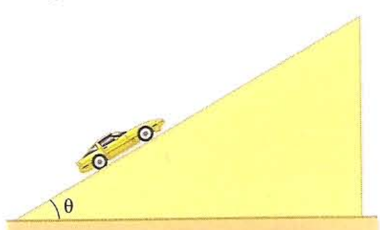


56 (FCMSC-SP) Um automóvel num trecho horizontal de estrada tem velocidade constante v = 20 m/s, tendo a força resistente total ($\vec{F}_R$) uma intensidade $F_r = 800$ N. Qual a potência transmitida pelo motor às rodas do veículo?



57 Para a situação da questão anterior, suponha que 14% da energia produzida na queima do combustível seja transmitida às rodas do veículo. Admitindo que o combustível seja a gasolina, consulte a tabela 1, na página 377, e calcule quantos quilômetros esse automóvel percorre com um litro de gasolina.

58 (Unisa-SP) Um automóvel de massa 1 000 kg desce a ladeira representada ao lado, com o motor desligado, com velocidade constante de 54 km/h. São dados: $g = 10$ m/s^2 e sen $\theta = 0{,}040$. Suponha que o automóvel suba a ladeira com a mesma velocidade anterior. Qual a potência transmitida pelo motor às rodas?



59 Uma usina hidrelétrica aproveita uma queda-d'água de 10 metros de altura de água e vazão $2{,}0 \cdot 10^3$ m³/s. Sabendo que a densidade da água é $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, g = 10 m/s² e considerando conversão integral da energia mecânica da água em energia elétrica, calcule a potência dessa usina.

60 (Esal-MG) Um guindaste consome potência de 15 kW para realizar um trabalho de 120 kJ em 10 s, erguendo cargas de 10 toneladas, com velocidade constante. Considerando g = 10 m/s², pode-se afirmar que:
a) o rendimento do guindaste é 0,2.
b) a velocidade de deslocamento das cargas é de 0,8 m/s.
c) a potência útil do guindaste é de 15 kW.
d) a potência dissipada na realização desse trabalho é de 10 kW.
e) o tempo necessário para erguer uma carga de 10 toneladas a uma altura de 30 m é de 250 s.

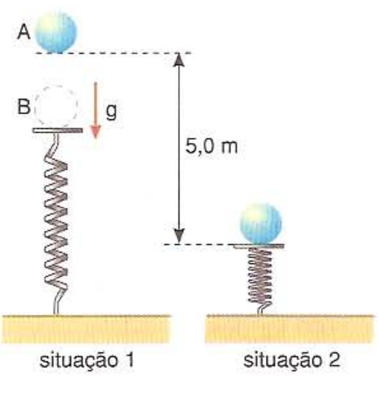
61 (UF-PA) Um motor de potência 5 HP é usado para retirar água de um poço cuja profundidade é 18 metros. Adote g = 10 m/s², 1 HP = 750 W e a densidade da água igual a 10^3 kg/m³. Se, em 7 horas de operação, foram retirados 420 000 litros de água, o rendimento do motor foi:
a) 20%
b) 50%
c) 80%
d) 40%
e) 60%

Desafios !

a Uma bola é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0. Considerando a resistência do ar, a bola volta ao ponto inicial com velocidade igual, maior ou menor que v_0?
b A energia mecânica pode ser negativa?
c Dois blocos são mantidos comprimindo uma mola por meio de um fio que os une; desse modo o sistema possui uma energia potencial elástica. Se colocarmos o conjunto dentro de um recipiente contendo um ácido que dissolve esse conjunto, o que acontece com a energia potencial?
d Quando um corpo desliza numa superfície com atrito, que é uma força não conservativa, sua energia mecânica diminui. Sempre que uma força não conservativa atua num corpo, sua energia mecânica diminui?

Aprofundamento

62 (Vunesp-SP) Na figura abaixo, uma esfera de massa m = 2 kg é abandonada no ponto *A*, caindo livremente e colidindo com o aparador, que está ligado a uma mola de constante elástica $k = 2 \cdot 10^4$ N/m. As massas da mola e do aparador são desprezíveis. Não há perda de energia mecânica. Admita g = 10 m/s². Na situação 2, a compressão da mola é máxima.



As deformações da mola, quando a esfera atinge sua velocidade máxima e quando ela está na situação 2, medidas em relação à posição inicial *B*, valem, respectivamente:
a) 2 mm e 10 cm.
b) 1 mm e 5 cm.
c) 1 mm e 10 cm.
d) 2 mm e 20 cm.
e) 3 mm e 10 cm.